


Autokorelaciona funkcija: primeri

Zorica Mladenović

1

1



Primer 1 (narednih šest slajdova), Udžbenik

- Sledeća tabela sadrži podatke o 12 opservacija vremenske serije.
- Oceniti autokorelacione koeficijente na dočnjama 1 i 2.
- Izračunati standardne greške ocena autokorelacionih koeficijenata za prve dve dočnje (oba pristupa)
- Testirati značajnost prva dva autokorelaciona koeficijenta.

2

t	X_t	$X_t - \bar{X}$	$X_{t-1} - \bar{X}$	$X_{t-2} - \bar{X}$
1	13	-3	--	--
2	16	0	-3	--
3	18	2	0	-3
4	14	-2	2	0
5	11	-5	-2	2
6	10	-6	-5	-2
7	8	-8	-6	-5
8	16	0	-8	-6
9	20	4	0	-8
10	20	4	4	0
11	24	8	4	4
12	22	6	8	4
T=12	Zbir:192	Zbir:0		

3

t	$(X_t - \bar{X})^2$	$(X_t - \bar{X})(X_{t-1} - \bar{X})$	$(X_t - \bar{X})(X_{t-2} - \bar{X})$
1	9	--	--
2	0	0	--
3	4	0	-6
4	4	-4	0
5	25	10	-10
6	36	30	12
7	64	48	40
8	0	0	0
9	16	0	-32
10	16	16	0
11	64	32	32
12	36	48	24
T=12	Zbir: 274	Zbir: 180	Zbir: 60

4

$$\hat{\rho}_1 = \frac{\sum_{t=2}^{12} (x_t - \bar{x})(x_{t-1} - \bar{x})}{\sum_{t=1}^{12} (x_t - \bar{x})^2} = \frac{180}{274} = 0.657$$

$$\hat{\rho}_2 = \frac{\sum_{t=3}^{12} (x_t - \bar{x})(x_{t-2} - \bar{x})}{\sum_{t=1}^{12} (x_t - \bar{x})^2} = \frac{60}{274} = 0.219$$

I Gruba aproksimacija

$$s^2(\hat{\rho}_1) = s^2(\hat{\rho}_2) = \frac{1}{T} = \frac{1}{12} = 0.0833 \Rightarrow \begin{cases} s(\hat{\rho}_1) = 0.289 \\ s(\hat{\rho}_2) = 0.289 \end{cases}$$

5

Ocena autokorelacionog koeficijenta	0.657	0.219
Standardna greška ocene (gruba aproksimacija)	0.289	0.289
Interval poverenja (za verovatnoću 95%)	(-1.96*0.289, 1.96*0.289); (-0.566;0.566)	
Nulta hipoteza	H ₀ : ρ ₁ =0	H ₀ : ρ ₂ =0
Ispitivanje validnosti H₀	0.657 ∉ [±0.566]	0.219 ∈ [±0.566]
Zaključak	H ₀ se odbacuje.	H ₀ se ne odbacuje.

6

II Bartletova aproksimacija

$$s^2(\hat{\rho}_1) = \frac{1}{T} = \frac{1}{12} = 0.0833 \Rightarrow s(\hat{\rho}_1) = 0.289$$

$$s^2(\hat{\rho}_2) = \frac{1}{T}(1 + 2 \cdot \hat{\rho}_1^2) =$$

$$= \frac{1}{T}(1 + 2 \cdot (0.657)^2) = 0.1553 \Rightarrow s(\hat{\rho}_2) = 0.394$$

7

Ocena autokorelacionog koeficijenta	0.657	0.219
Standardna greška ocene (Bartletova aproksimacija)	0.289	0.394
Interval poverenja (za verovatnoću 95%)	(-0.566;0.566)	(-0.772;0.772)
Nulta hipoteza	$H_0: \rho_1=0$	$H_0: \rho_2=0$
Ispitivanje validnosti H_0	$0.657 \notin [\pm 0.566]$	$0.219 \in [\pm 0.772]$
Zaključak	H_0 se odbacuje.	H_0 se ne odbacuje.

8

Primer 2 (naredna tri slajda), Udžbenik

- Na osnovu 164 podataka vremenske serije nulte srednje vrednosti i stabilne varijanse ocenjeni su sledeći autokorelacioni koeficijenti (redom na docnjama od 1 do 10):

$\hat{\rho}_1$	$\hat{\rho}_2$	$\hat{\rho}_3$	$\hat{\rho}_4$	$\hat{\rho}_5$	$\hat{\rho}_6$	$\hat{\rho}_7$	$\hat{\rho}_8$	$\hat{\rho}_9$	$\hat{\rho}_{10}$
-0.009	0.456	-0.069	-0.040	-0.073	-0.049	-0.062	-0.059	0.045	-0.038

- Da li se može smatrati da je vremenska serija proces beli šum?

9

9

Primer 2 II

- Vremenska serija nulte srednje vrednosti i stabilne varijanse je proces beli šum ukoliko njeni članovi nisu korelisani: autokorelacioni koeficijenti na docnjama različitim od nule su jednaki nula.
- Potrebno je proveriti valjanost nulte hipoteze $H_0: \rho_k=0$, protiv alternativne $H_1: \rho_k \neq 0, k=1,2,\dots,10$.
- Ukoliko se nulta hipoteza ne može odbaciti ni za jednu od prvih deset docnji, tada u vremenskoj seriji ne postoji značajna autokorelacija. To sugerise adekvatnost belog šuma.
- Odgovarajući interval poverenja sa verovatnoćom 95% je

$$[-0.153; 0.153]$$

$$\hat{\rho}_2 = 0.456 \notin [-0.153; 0.153]$$
- Zaključujemo da vremenska serija nije beli šum.

10

10

●
●
●

Primer 2 III

- Grafički prikaz ocena autokorelacionih koeficijenata (uzorački korelogram) omogućava brzo zaključivanje.
- Napomena: isprekidane linije označavaju granice intervala poverenja uz verovatnoću 95%, $[-0.153; 0.153]$

11

11

●
●
●

Primer 3

- Prema polaznom periodu: prvi kvartal, 2001 - treći kvartal, 2012. godine formirana je godišnja stopa rasta BDP-a Srbije i potom je ocenjeno prvih šest autokorelacionih koeficijenata:

$\hat{\rho}_1$	$\hat{\rho}_2$	$\hat{\rho}_3$	$\hat{\rho}_4$	$\hat{\rho}_5$	$\hat{\rho}_6$
0.611	0.442	0.391	0.114	0.088	0.2

- Kako se iz kvartalnih podataka obrazuje vremenska serija koja meri godišnju stopu rasta?
- Ispitati da li postoji značajna autokorelacija na svakoj od prvih šest doznji.

12

12



Primer 3 I

- Kako se iz kvartalnih podataka obrazuje vremenska serija koja meri godišnju stopu rasta?

$$\frac{BDP_t - BDP_{t-4}}{BDP_{t-4}} \approx \ln BDP_t - \ln BDP_{t-4} = \Delta_4 \ln BDP$$

- Ispitati da li postoji značajna autokorelacija na svakoj od prvih šest docnji.

Polazni uzorak: 2001 : 1 – 2012 : 3 (47)

Efektivni uzorak (transformacijom se gube prva 4 podatka):

2002 : 1 – 2012 : 3 $\Rightarrow T = 43$

Interval poverenja uz verovatnoću 95%:

$$\left[-1.96/\sqrt{43}, 1.96/\sqrt{43} \right] = \left[-0.30; 0.30 \right]$$

13