godina	ΔY_t	ΔX_t	e_{t-1}
1	–	–	–
2	−0.006	1.109	0.7603
3	0.494	−0.495	−0.8595
4	0.596	1.047	0.3549
5	3.926	0.675	−0.5727
6	−2.827	0.570	2.3710
7	2.461	1.924	−1.2855
8	2.097	0.003	−1.6243
9	0.026	0.784	0.4684
10	−1.207	−1.100	−0.6465
11	−0.495	0.676	−0.2528
12	1.302	−0.330	−1.7315
13	2.238	1.791	0.0507
14	2.312	1.730	−0.3176
15	0.780	−1.301	−0.5231
16	−1.801	−0.899	2.1502

81. Pretpostavimo da vremenska serija X_t poseduje jedan jedinični koren i da je vremenska serija Y_t definisana modelom oblika:

$$Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1} + \alpha_2 X_t + \alpha_3 X_{t-1} + \varepsilon_t,$$

gde je: $|\alpha_1| < 1$. Slučajna greška modela, ε_t, je beli šum.

a) Pokazati da se dati model može predstaviti u formi modela sa korekcijom ravnotežne greške.

b) Kako zaključujete da su vremenske serije Y_t i X_t kointegrisane? Na osnovu parametara polaznog modela odrediti kointegracione parametre.

c) Ako važi $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 1$, odrediti kointegracioni parametar nagiba.

Rešenje:

a) U modelu sa korekcijom ravnotežne greške zavisna promenljiva je ΔY_t. Ključnu objašnjavajuću promenljivu predstavlja mehanizam korekcije ka ravnoteži, odnosno ravnotežna greška iz perioda $t-1$:

$$Y_{t-1} - \beta_0 - \beta X_{t-1},$$

čiji uticaj na ΔY_t treba da je negativan.

Specifikaciju:

$$Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1} + \alpha_2 X_t + \alpha_3 X_{t-1} + \varepsilon_t,$$

možemo dovesti do forme modela sa korekcijom ravnotežne greške na osnovu sledećih transformacija:

1. Oduzimamo od obe strane jednakosti Y_{t-1}. Dobijamo:

$$\Delta Y_t = \alpha_0 + (\alpha_1 - 1)Y_{t-1} + \alpha_2 X_t + \alpha_3 X_{t-1} + \varepsilon_t.$$

2. Dodajemo i oduzimamo $\alpha_2 X_{t-1}$ na desnoj strani jednakosti:

$$\Delta Y_t = \alpha_0 + (\alpha_1 - 1)Y_{t-1} + \alpha_2 \Delta X_t + (\alpha_2 + \alpha_3)X_{t-1} + \varepsilon_t.$$

3. Reformulišemo desnu stranu jednakosti da bismo formirali ravnotežnu grešku u periodu $t-1$:

$$\Delta Y_t = (\alpha_1 - 1)\left[Y_{t-1} - \frac{\alpha_0}{(1-\alpha_1)} - \frac{(\alpha_2+\alpha_3)}{(1-\alpha_1)}X_{t-1}\right] + \alpha_2 \Delta X_t + \varepsilon_t.$$

4. Uvodimo smenu:

$$\gamma_0 = (\alpha_1 - 1), \beta_0 = \frac{\alpha_0}{(1-\alpha_1)}, \beta = \frac{(\alpha_2+\alpha_3)}{(1-\alpha_1)}, \gamma_1 = \alpha_2,$$

na osnovu koje dobijamo sledeći model sa korekcijom ravnotežne greške:

$$\Delta Y_t = \gamma_0 \left[Y_{t-1} - \beta_0 - \beta X_{t-1}\right] + \gamma_1 \Delta X_t + \varepsilon_t.$$

Parametar prilagodjavanja γ_0 zadovoljava uslov modela sa korekcijom ravnotežne greške da je manji od nule, jer je definisan kao $(\alpha_1 - 1)$, gde je, po polaznoj pretpostavci, $|\alpha_1| < 1$.

b) Adekvatnost modela sa korekcijom ravnotežne greške za vremenske serije sa jediničnim korenom, X_t i Y_t, sugeriše njihovu kointegrisanost. U kointegracionoj (ravnotežnoj) relaciji, $Y_t = \beta_0 + \beta X_t$, parametri β_0 i β izvode se iz parametara polazne specifikacije na osnovu modela sa korekcijom ravnotežne greške prema: $\beta_0 = \dfrac{\alpha_0}{(1-\alpha_1)}$, $\beta = \dfrac{(\alpha_2+\alpha_3)}{(1-\alpha_1)}$.

Alternativno, do vrednosti kointegracionih parametara može se doći i na sledeći način. Budući da kointegracioni parametri odražavaju odnos izmedju veličina u stanju ravnoteže, pretpostavimo da se Y_t i X_t nalaze na putanji ravnotežne relacije. U tom slučaju nivoi Y_t i X_t su:

$$\begin{aligned} Y_t &= Y_{t-1} = Y^r - \text{ravnotežni nivo u kretanju}\, Y_t \\ X_t &= X_{t-1} = X^r - \text{ravnotežni nivo u kretanju}\, X_t, \end{aligned}$$

dok je vrednost slučajne greške, ε_t, nula. Sada polazni model postaje:

$$Y^r = \alpha_0 + \alpha_1 Y^r + \alpha_2 X^r + \alpha_3 X^r,$$

odakle je relacija izmedju ravnotežnih nivoa Y_t i X_t oblika:

$$Y^r = \frac{\alpha_0}{(1-\alpha_1)} + \frac{(\alpha_2+\alpha_3)}{(1-\alpha_1)} X^r.$$

Parametri ove relacije opisuju zavisnost kointegracionog tipa.

c) $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 1 \Longrightarrow \alpha_2 + \alpha_3 = 1 - \alpha_1 \Longrightarrow \beta = 1.$

82. Ekonomista A ispituje zavisnost cena na malo (Y_t) od bruto plata u Srbiji (X_t) na osnovu mesečnih podataka u periodu: januar 2003 - avgust 2008. godine. Podaci su logaritmovani. Iz vremenske serije bruto plata izdvojene su sezonske varijacije. Na osnovu rezultata primene metoda ONK:

$$\begin{aligned} \widehat{Y_t} &= \underset{(0.087)}{-0.860} + \underset{(0.008)}{0.528} X_t, \quad R^2 = 0.98 \end{aligned}$$

ekonomista A zaključuje da je regresija visoko statistički značajna, odnosno da se kretanje cene u navedenom periodu može u potpunosti objasniti kretanjem plata. Ekonomista B dovodi u pitanje navedeni rezultat imajući u vidu da se modeliraju podaci vremenskih serija. Nakon što je utvrdio da obe vremenske serije poseduju jedinični koren, ovaj ekonomista ispituje njihovu kointegrisanost i dobija vrednost DFR test-statistike -2.49. Dodatno, ekonomista B ocenio je sledeće modele sa korekcijom ravnotežne greške za stope rasta cena i plata:

$$\begin{aligned} \widehat{\Delta Y}_t &= \underset{(0.001)}{0.006} - \underset{(0.030)}{0.036} e_{t-1} + \underset{(0.122)}{0.354} \Delta Y_{t-1}, \quad R^2 = 0.12 \\ \widehat{\Delta X}_t &= \underset{(0.003)}{0.025} + \underset{(0.097)}{0.180} e_{t-1} - \underset{(0.109)}{0.421} \Delta X_{t-1}, \quad R^2 = 0.26. \end{aligned}$$

Konačan zaključak analize ekonomiste B jeste da polazni model predstavlja besmislenu regresiju i da su zaključci ekonomiste A pogrešni.

a) Objasniti kako je ekonomista B zaključio da cene i plate nisu kointegrisane vremenske serije.

b) Da li se slažete sa mišljenjem ekonomiste B da je primena metoda ONK u ovom slučaju nepouzdana?

c) Šta predlažete ekonomisti B koji želi da modelira kretanje cena na osnovu kointegracionog pristupa?

Rešenje:

a) Zaključak da kointegracija ne postoji izmedju cena i plata donosi se na osnovu izračunate vrednosti DFR test-statistike i ocena parametara modela sa korekcijom ravnotežne greške.

Prvo, $DFR = -2.49$, što je veće od kritične vrednosti -3.43 na nivou značajnosti 5%. To znači da se hipoteza o odsustvu kointegracije ne može odbaciti.

Drugo, koeficijenti prilagodjavanja (ocene: -0.036 i 0.180) nisu statistički značajni. Time se sugeriše nesvrsishodnost specifikacije modela sa korekcijom ravnotežne greške u opisivanju dinamike datih vremenskih serija. Njihova kretanja se ne uskladjuju uzajamno tokom vremena.

b) Kako date vremenske serije sa jediničnim korenom nisu kointegrisane, primena metoda ONK u okviru klasične regresione analize daje netačne rezultate. Oni mogu voditi pogrešnom ekonomskom zaključivanju. I pored izuzetno visoke vrednosti koeficijenta determinacije, polazni model ne sugeriše da su plate osnovni faktor kretanja cena u razmatranom periodu.

c) Ako date promenljive nisu kointegrisane, tada je potrebno redefinisati polazni skup u pravcu uključivanja novih promenljivih. Prirodno je očekivati da kretanje cena na dugi rok odredjuje istovremeno više faktora, od kojih su plate samo jedan. To znači da u analizu dodatno treba uključiti sledeće potencijalne determinante kretanja cena na malo: nominalni devizni kurs, cenu nafte, proizvodni jaz i sl. Pošto se utvrdi skup promenljivih koje zajedno sa cenama obrazuju kointegracionu vezu, procenjuje se njihov pojedinačni dugoročni uticaj na kretanje cena.

83. Za period: I nedelja januara 2009 - I nedelja januara 2017. godine (418 podataka) posmatramo kretanje sledećih vremenskih serija: Y_t - cena kukuruza u Srbiji (u dolarima po toni), X_{1t} - cena pšenice u Srbiji (u dolarima po toni) i X_{2t} - cena nafte na svetskom tržištu (u dolarima po barelu). Podaci su logaritmovani.

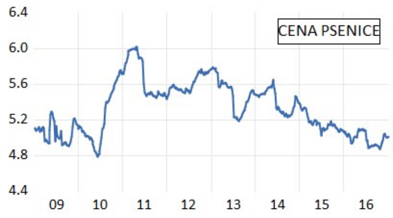
Primenom testa jediničnog korena dobija se rezultat da svaka od serija poseduje jedan jedinični koren. Nestacionarna priroda veličina evidentna je i iz njihovog grafičkog prikaza (na sledećoj strani).

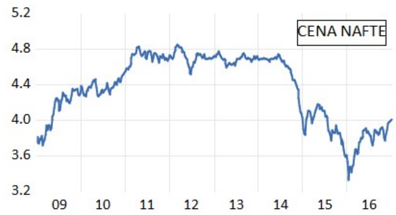
U cilju provere postojanja kointegracije izmedju datih serija ocenjena je početna regresija:

$$Y_t = 1.20 + 0.63X_{1t} + 0.15X_{2t} + e_t,$$

i nakon toga pomoćni model:

$$\widehat{\Delta e_t} = \underset{(0.014)}{-0.061e_{t-1}} + \underset{(0.047)}{0.244\Delta e_{t-1}}.$$





Na kraju ocenjen je model sa korekcijom ravnotežne greške za stopu rasta cene kukuruza ($R^2 = 0.20$):

$$\widehat{\Delta Y}_t = \underset{}{0.0002} \underset{(0.013)}{-0.044 e_{t-1}} + \underset{(0.045)}{0.373 \Delta Y_{t-1}} + \underset{(0.043)}{0.126 \Delta X_{1t-5}} + \underset{(0.045)}{0.123 \Delta X_{2t-2}}.$$

Potvrditi postojanje kointegracije. Interpretirati ocene kointegracionih parametara, kao i parametara modela sa korekcijom ravnotežne greške.

Rešenje:

Zaključak o dugoročnoj uskladjenosti cene kukuruza u Srbiji ca cenom pšenice u Srbiji i svetskoj ceni nafte donosimo prema rezultatu kointegracionog testa i oceni parametra prilagodjavanja u modelu sa korekcijom ravnotežne greške.

Postavljamo sledeće hipoteze:

$$H_0 \; : e_t \sim I(1) \Longleftrightarrow X_{1t},\ X_{2t} \text{ i } Y_t \text{ nisu kointegrisane vremenske serije}$$
$$H_1 \; : e_t \sim I(0) \Longleftrightarrow X_{1t},\ X_{2t} \text{ i } Y_t \text{ su kointegrisane vremenske serije.}$$

U pomoćnoj regresiji prisutna je objašnjavajuća promenljiva Δe_{t-1} koja je uključena da bi se eliminisala autokorelacija. Adekvatan DFR test kointegracije je otuda proširenog tipa - oznaka: $ADFR(1)$. Dobijenu vrednost test-statistike:

$$ADFR(1) = -\frac{0.061}{0.014} = -4.36,$$

uporedjujemo sa odgovarajućom kritičnom vrednošću iz tabele 8.3:

$$DFR^k = -3.7429 - 8.352/418 - 13.41/418^2 = -3.76.$$

Izračunata vrednost ADFR(1) test-statistike, -4.36, manja je od kritične vrednosti -3.76. Prihvatamo hipotezu H_1 o stacionarnosti serije reziduala, što sugeriše da su analizirane vremenske serije kointegrisane. To znači da su ocene parametara polazne regresione jednačine ocene kointegracionih parametara. Budući da je ocenjivanje realizovano na uzorku velikog obima, te ocene možemo smatrati relativno preciznim. One ukazuju na pozitivnu dugoročnu zavisnost cene kukuruza od cene pšenice na domaćem tržištu i cene nafte sa svetskog tržišta.

Koeficijent prilagodjavanja je visoko statistički značajan ($t = -\dfrac{0.044}{0.013} = -3.38$). Poseduje korektan znak. To dodatno potvrdjuje nalaz o kointegraciji, jer se može zaključiti da na kretanje cene kukuruza značajno utiče dugoročna ravnotežna veza koja se formira sa preostale dve veličine.

Ocena koeficijenta prilagodjavanja, -0.044, na prvi pogled je relativno mala. Medjutim, osim što je statistički značajna, ova ocena dobijena je iz nedeljnih podataka, kod kojih ne možemo očekivati isti stepen prilagodjavanja kao kod mesečnih i kvartalnih podataka. Oko 4.4% dinamike cene kukuruza koriguje se u nedelji t prema odstupanju od putanje ravnotežne relacije, u kojoj učestvuju cene pšenice i nafte, do koga je došlo u nedelji $t-1$. Ovo odstupanje je, da podsetimo, ocenjeno kao:

$$Y_t - 1.20 - 0.63X_{1t} - 0.15X_{2t}.$$

Na kratak rok dinamika stope rasta cene kukuruza determinisana je pozitivno sopstvenom dinamikom na docnji prvog reda (ΔY_{t-1}), stopom rasta cene pšenice sa docnjom od pet nedelja (ΔX_{1t-5}) i stopom rasta cene nafte sa docnjom od dve nedelje ΔX_{2t-2}.