Izabrane teme višestrukog KLRM

MULTIKOLINEARNOST

Zorica Mladenović

1

1

Struktura

- Pojam i tipovi multikolinearnosti
  - Visoka
  - Perfektna
- Posledice na kvalitet ONK ocena
- Provera postojanja visoke multikolinearnosti
- Metode otklanjanja visoke multikolinearnosti

2 Zorica Mladenović

2

Pojam multikolinearnosti

- Multikolinearnost: korelisanost između objašnjavajućih promenljivih
- Model: $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \varepsilon_i$
  Multikolinearnost se odnosi na povezanost X_{1i} i X_{2i}.
- Model: $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \beta_4 X_{4i} + \varepsilon_i$
  Multikolinearnost prati korelisanost X_{1i}, X_{2i}, X_{3i} i X_{4i}.
- U izvesnoj meri multikolinearnost je uvek prisutna
- Problem nastaje onda kada je ta korelisanost izuzetno visoka
- Dva tipa multikolinearnosti o kojima treba voditi računa
  - Perfektna
  - Visoka

3 Zorica Mladenović

3

Perfektna multikolinearnost

- Objašnjavajuće promenljive JESU linearno zavisne.
- Narušena je 6. pretpostavka višestrukog KLRM.
- Posledice:
  - Objašnjavajuće promenljive su perfektno korelisane
  - Jedna od objaš. promenljivih se može izraziti u funkciji od ostalih objašnjavajućih promenljivih
  - Parametri KLRM ne mogu da se ocene

4 Zorica Mladenović

4

Perfektna multikolinearnost: primer

- Model: $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \varepsilon_i$
- Podaci za objašnjavajuće promenljive:

X_{1i}	2	4	6	8	10	12	14	16
X_{2i}	4	8	12	16	20	24	28	32

- Uočavamo sledeće: $X_{2i} = 2X_{1i}$

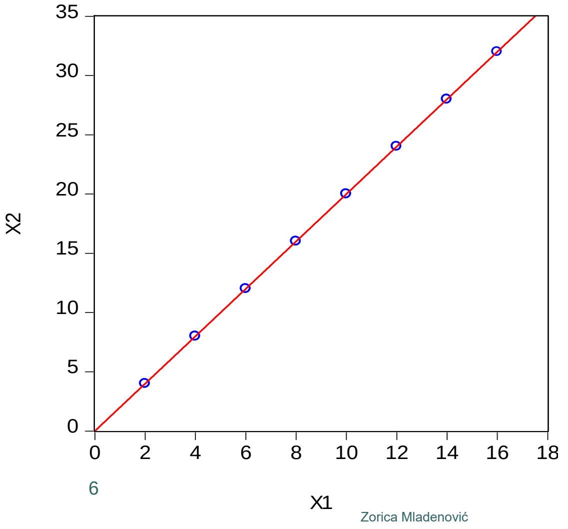
  $2X_{1i} - X_{2i} = 0, i = 1,2,...$
- Objašnjavajuće promenljive su međusobno zavisne

5

Zorica Mladenović

5

Perfektna multikolinearnost: primer (II) Koeficijent korelacije *r* je 1



$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_{1i} x_{2i}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_{1i}^2 \sum_{i=1}^{n} x_{2i}^2}}$$

6

Zorica Mladenović

6

Perfektna multikolinearnost: Parametri višestrukog modela se ne mogu oceniti

- Primenom metoda ONK ne može se dobiti ocena parametra uz X_{1i} za r=1.
- *Slično se dobija i za ocenu uz* X_{2i}

$$b_1 = \frac{\begin{vmatrix} \sum_{i=1}^{n} x_{1i} y_i & \sum_{i=1}^{n} x_{1i} x_{2i} \\ \sum_{i=1}^{n} x_{2i} y_i & \sum_{i=1}^{n} x_{2i}^2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \sum_{i=1}^{n} x_{1i}^2 & \sum_{i=1}^{n} x_{1i} x_{2i} \\ \sum_{i=1}^{n} x_{1i} x_{2i} & \sum_{i=1}^{n} x_{2i}^2 \end{vmatrix}}$$

7 Zorica Mladenović

7

Perfektna multikolinearnost: Parametri višestrukog modela se ne mogu oceniti (II)

$$b_1 = \frac{\begin{vmatrix} \sum_{i=1}^{n} x_{1i} y_i & \sum_{i=1}^{n} x_{1i} x_{2i} \\ \sum_{i=1}^{n} x_{2i} y_i & \sum_{i=1}^{n} x_{2i}^2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \sum_{i=1}^{n} x_{1i}^2 & r\sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_{1i}^2 \sum_{i=1}^{n} x_{2i}^2} \\ r\sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_{1i}^2 \sum_{i=1}^{n} x_{2i}^2} & \sum_{i=1}^{n} x_{2i}^2 \end{vmatrix}}$$

8 Zorica Mladenović

8

Perfektna multikolinearnost: Parametri višestrukog modela se ne mogu oceniti (III

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_{2i}^2 \sum_{i=1}^{n} x_{1i} y_i - \sum_{i=1}^{n} x_{1i} x_{2i} \sum_{i=1}^{n} x_{2i} y_i}{\sum_{i=1}^{n} x_{1i}^2 \sum_{i=1}^{n} x_{2i}^2 \left(1 - r^2\right)}$$

$$r = 1$$

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_{2i}^2 \sum_{i=1}^{n} x_{1i} y_i - \sum_{i=1}^{n} x_{1i} x_{2i} \sum_{i=1}^{n} x_{2i} y_i}{0}$$

9 Zorica Mladenović

9

Perfektna multikolinearnost: opšti model

- Model:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + ... + \beta_{k-1} X_{k-1i} + \varepsilon_i$$

- Koeficijent determinacije u modelu u kojem je, recimo, X_{1i}, ocenjeno u funkciji od ostalih objašnjavajućih promenljivih je 1:

$$X_{1i} = \alpha_0 + \alpha_2 X_{2i} + ... + \alpha_{k-1} X_{k-1i} + v_i$$

10 Zorica Mladenović

10

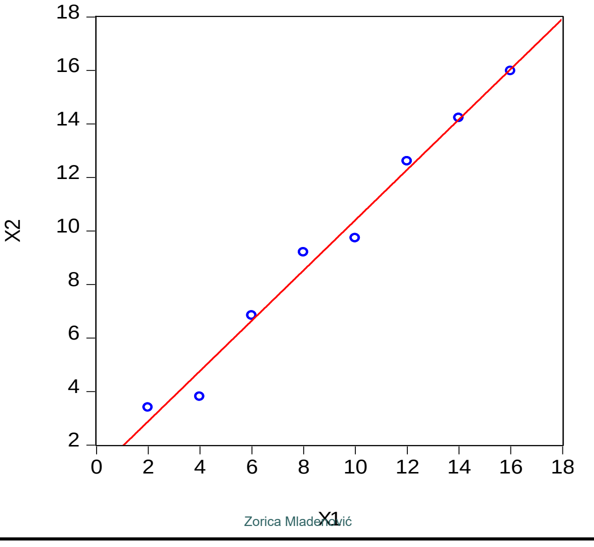
Visoka multikolinearnost

- Objašnjavajuće promenljive NISU linearno zavisne, ALI SU VISOKO KORELISANE
- Posledice:
  - Koeficijent korelacije uzima vrednost koja je bliska vrednosti 1
  - Parametri KLRM mogu da se dobiju
  - Ocene parametara su nepouzdane.

11 Zorica Mladenović

11

Visoka multikolinearnost: Koef. korelacije *r* je blizak vrednosti 1



12 Zorica Mladenović

12

Slučajevi perfektne/visoke multikolinearnosti

Skup objašnjavajućih promenljivih čine:

- Ista nominalna i realna veličina
  - Primer: nominalna i realna kamatna stopa (realna kamatna stopa je količnih nominalne stope i indeksa troškova života)
- Ista promenljiva u tekućem i prethodnim periodima
  - Primer: X_t, X_{t-1}, X_{t-2}, X_{t-3}, X_{t-4},...

13 Zorica Mladenović

13

Slučajevi perfektne/visoke multikolinearnosti

Model zavisnosti:

- Potrošnje domaćinstva od dohotka i bogatstva
- Tražnje datog proizvoda od raspoloživog dohotka, njegove cene i cene konkurentnih proizvoda
- Potrošnje pojedinca od dohotka i godina školovanja
- Inflacije od deprecijacije valute i stope rasta novca
- Izvoza od realnih jediničnih troškova rada i realnog deviznog kursa

14 Zorica Mladenović

14

Posledice visoke multikolinearnosti

- Ocene regresionih parametara su neprecizne u smislu visokih standardnih grešaka ocena
- Ocene su nestabilne - osetljive na promenu uzorka i specifikaciju modela
- t-odnosi su niski i mogu dovesti do pogrešnog statističkog zaključka
  - t-odnos=ocena/(standardna greška ocene)
- Intervalne ocene parametara su neprecizne
  - Ocena ± (standardna greška ocene)*(krit.vred. t-stat.)
- Visoka vrednost koeficijenta determinacije je praćena niskim t-odnosima

15 Zorica Mladenović

15

Zašto su ocene neprecizne?

•U modelu sa 2 objašnjavajuće promenljive varijanse ocena parcijalnih koeficijenata nagiba su:

$$v(b_1)=\frac{\sigma^2}{\left(1-r^2\right)\sum_{i=1}^{n}x_{1i}^2},\quad v(b_2)=\frac{\sigma^2}{\left(1-r^2\right)\sum_{i=1}^{n}x_{2i}^2}$$

$$r=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_{1i}x_{2i}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}x_{1i}^2\sum_{i=1}^{n}x_{2i}^2}}$$

•U slučaju visoke multikolinearnosti r^2 dovodi do redukcije vrednosti imenioca i povećanja vrednosti varijansi ocena

16 Zorica Mladenović

16

Zašto su ocena neprecizne? (II)

- U modelu sa većim brojem objašnjavajućih promenljivih varijanse ocene parcijalnih koeficijenata nagiba su:

$$v(b_j) = \frac{\sigma^2}{(1-R_1^2)\sum\left(X_{ji}-\bar{X}_j\right)^2}$$

$R_1^2 -$ koeficijent determinacije iz modela zavisnosti X_{ji} na ostale nezavisne promenljive u modelu

$j = 1, 2, 3, \ldots, k-1$

- U slučaju visoke multikolinearnosti koeficijent determinacije R_1^2 utiče na smanjenje vrednosti imenioca i povećanje vrednosti varijansi ocena

17 Zorica Mladenović

17

Ispitivanje postojanja multikolinearnosti

- Reč je o problemu uzorka
- Ne može se postaviti odgovarajući skup hipoteza, a time ni definisati precizan test
- Najčešće korišćeni pristupi:
  1. Izračunavanje (i dodatna analiza) koeficijenta korelacije između objašnjavajućih promenljivih
  2. Izračunavanje faktora rasta varijanse

18 Zorica Mladenović

18

1. Koeficijent korelacije *r* između objašnjavajućih promenljivih

- Ako je vrednost r veća od 0.80/0.85/0.90 očekujemo da je multikolinearnost visoka.
- Zaključivanje je u izvesnoj meri proizvoljno, jer zavisi od tipa podataka i obima uzorka.

- *Dodatna analiza*
- Upoređivanje r sa koeficijentom korelacije između Y i X1 (r_{YX1}) i Y i X2 (r_{YX2}) .
  - Ako je vrednost r veća od vrednosti r_{YX1} i (ili) vrednosti r_{YX2} , tada je multikolinearnost visoka.
- Upoređivanje r^2 sa R^2 iz cele regresije.
  - Ako je r^2 veće od R^2, onda je multikolinearnost visoka.

Zorica Mladenović

19

1. Koeficijent korelacije *r* između objašnjavajućih promenljivih: modifikacija

- Upoređuje se korigovani koeficijent determinacije čitave regresije sa korigovanim koeficijentom determinacije u pomoćnom modelu u kojem se jedna objašnjavajuća promenljiva ocenjuje u zavisnosti od ostalih objašnjavajućih promenljivih
  - Korisno kod modela sa većim brojem objašnjavajućih promenljivih
  - Veća vrednost korigovanog koeficijenta determinacije u pomoćnom modelu je signal izražene multikolinearnosti

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \varepsilon_i,\ R^2,\ \bar{R}^2$$

$$X_{1i} = \alpha_0 + \alpha_2 X_{2i} + \alpha_3 X_{3i} + v_i,\ R_1^2,\ \bar{R}_1^2 \text{ - pomoćni model}$$

$$\bar{R}_1^2 > \bar{R}^2 \Rightarrow \text{ multikolinearnost je visoka}$$

20

Zorica Mladenović

20

2. Faktor rasta varijanse

- Oznaka: *FRV*
- Engl. skraćenica: *VIF (variance inflation factor)*
- To je pokazatelj prirasta varijanse ocene parcijalnog koeficijenta nagiba zbog uključivanja dodatne objašnjavajuće promenljive
- Formula:

$$FRV = \frac{1}{1-r^2}$$

FRV blisko 1 $\left(r^2 \approx 0\right)$

$\Rightarrow$ multikolinearnost nije izražena

FRV uzima visoke vrednosti $\left(r^2 \approx 1\right)$

$\Rightarrow$ multikolinearnost je izražena

21

21

FRV – neke vrednosti

r^2	FRV
0	1
0.20	1.25
0.40	1.67
0.80	5
0.90	10
0.950	20
0.975	40
0.990	100
0.999	1000

FRV veće od 10 uzima se kao znak izrazito visoke multikolinearnosti

22

Zorica Mladenović

22

FRV – model sa 2 objašnjavajuće promenljive

$$II: Y_i = \beta_0^{II} + \beta_1^{II} X_{1i} + \beta_2^{II} X_{2i} + \varepsilon_i^{II}$$

$$I: Y_i = \beta_0^{I} + \beta_1^{I} X_{1i} + \varepsilon_i^{I}$$

$$\left.\begin{aligned} v\left(b_1^{II}\right) &= \frac{\sigma^2}{\left(1-r^2\right)\sum_{i=1}^{n} x_{1i}^2} \\ v\left(b_1^{I}\right) &= \frac{\sigma^2}{\sum_{i=1}^{n} x_{1i}^2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow FRV = \frac{v\left(b_1^{II}\right)}{v\left(b_1^{I}\right)} = \frac{1}{1-r^2} = \frac{1}{1-R_1^2}.$$

R_1^2 je koeficijent determinacije iz modela:

$$X_{1i} = \alpha_0 + \alpha_2 X_{2i} + v_i$$

$$R_1^2 = r^2$$

NAPOMENA: Kvadrat koeficijenta korelacije je jednak koeficijentu determinacije u jednostavnom modelu

23

23

FRV – model sa 3 objašnjavajuće promenljive

$$III: Y_i = \beta_0^{III} + \beta_1^{III} X_{1i} + \beta_2^{III} X_{2i} + \beta_3^{III} X_{3i} + \varepsilon_i^{III}$$

$$I: Y_i = \beta_0^{I} + \beta_1^{I} X_{1i} + \varepsilon_i^{I}$$

$$\left.\begin{aligned} v\left(b_1^{III}\right) &= \frac{\sigma^2}{\left(1-R_1^2\right)\sum_{i=1}^{n} x_{1i}^2} \\ v\left(b_1^{I}\right) &= \frac{\sigma^2}{\sum_{i=1}^{n} x_{1i}^2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow FRV = \frac{v\left(b_1^{III}\right)}{v\left(b_1^{I}\right)} = \frac{1}{1-R_1^2}.$$

R_1^2 je koeficijent determinacije iz modela:

$$X_{1i} = \alpha_0 + \alpha_2 X_{2i} + \alpha_3 X_{3i} + v_i$$

24 Zorica Mladenović

24

Kako rešiti problem visoke multikolinearnosti?

1. Promena uzorka dodavanjem novih podataka
   - Veći obim uzorka smanjuje varijanse ocene parametara.
   - Ne znači da će se time multikolinearnost eliminisati.

25 Zorica Mladenović

25

Kako rešiti problem visoke multikolinearnosti? (II)

2. Upotreba spoljnih ocena (apriori definisana veza između parametara - postulirana teorijska veza između parametara modela)

   Primer: ocenjuje se zavisnost tražnje za pivom (Y) od njegove cene (X_1), cene žestokih pića (X_2), cene ostalih proizvoda i usluga (X_3) i dohotka (X_4), na osnovu log-log modela:

$$\ln Y_i = \beta_0 + \beta_1 \ln X_{1i} + \beta_2 \ln X_{2i} + \beta_3 \ln X_{3i} + \beta_4 \ln X_{4i} + \varepsilon_i$$

   Parcijalni koeficijenti nagiba su parcijalni elasticiteti.

   Pretpostavimo da jednoprocentno pojedinačno povećanje svih cena i dohotka ne menja tražnju.

   Teorijska veza: $\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 + \beta_4 = 0.$

26 Zorica Mladenović

26

Kako rešiti problem visoke multikolinearnosti? (III)

- Primer – nastavak

$$\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 + \beta_4 = 0 \Rightarrow \beta_3 = -\beta_1 - \beta_2 - \beta_4$$
$$ln Y_i = \beta_0 + \beta_1 \ln X_{1i} + \beta_2 \ln X_{2i} + \beta_3 \ln X_{3i} + \beta_4 \ln X_{4i} + \varepsilon_i$$
$$ln Y_i = \beta_0 + \beta_1 \ln X_{1i} + \beta_2 \ln X_{2i} + (-\beta_1 - \beta_2 - \beta_4) \ln X_{3i} + \beta_4 \ln X_{4i} + \varepsilon_i$$
$$ln Y_i = \beta_0 + \beta_1 (\ln X_{1i} - \ln X_{3i}) + \beta_2 (\ln X_{2i} - \ln X_{3i}) + \beta_4 (\ln X_{4i} - \ln X_{3i}) + \varepsilon_i$$
$$ln Y_i = \beta_0 + \beta_1 \ln\left(\frac{X_{1i}}{X_{3i}}\right) + \beta_2 \ln\left(\frac{X_{2i}}{X_{3i}}\right) + \beta_4 \ln\left(\frac{X_{4i}}{X_{3i}}\right) + \varepsilon_i$$

- Ocenjuje se model sa manje promenljivih
- Objašnjavajuće promenljive su transformisane (relativne cene i realni dohodak)
- Nametnuto ograničenje treba prethodno proveriti testiranjem (u nastavku predavanja).

27

Zorica Mladenović

27

Kako rešiti problem visoke multikolinearnosti? (IV)

3. Transformacija polaznih podataka
    1. Svi podaci se dele sa promenljivom koja generiše problem (slično prethodnom primeru)
    2. Koriste se prve diference promenljivih
    - Ovako transformisane objašnjavajuće promenljive su obično slabije korelisane od polaznih
    - Svaki od navedenih pristupa može rešiti problem visoke multikolinearnosti, ali i stvoriti neki novi problem.

28

Zorica Mladenović

28

Kako rešiti problem visoke multikolinearnosti? (V)

3.1. Umesto

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \varepsilon_i \;\; \big/ : X_{2i}$$

ocenjuje se

$$\left(\frac{Y_i}{X_{2i}}\right) = \beta_0 \left(\frac{1}{X_{2i}}\right) + \beta_1 \left(\frac{X_{1i}}{X_{2i}}\right) + \beta_2 + \left(\frac{\varepsilon_i}{X_{2i}}\right) \mapsto \text{heteroskedastičnost}$$

3.2. Umesto

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{1t} + \beta_2 X_{2t} + \varepsilon_t$$

ocenjuje se

$$\Delta Y_t = \beta_0^* + \beta_1 \Delta X_{1t} + \beta_2 \Delta X_{2t} + \Delta\varepsilon_t \mapsto \text{autokorelacija}$$

$$\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}, \text{ itd.}$$

$$\Delta\varepsilon_t = \varepsilon_t - \varepsilon_{t-1}$$

29 Zorica Mladenović

29

Kako rešiti problem visoke multikolinearnosti? (VI)

4. <u>Izostavljanje promenljive koja stvara problem</u>
   - Pristup kojim se menja smisao i ideja modela
   - Eliminisanje promenljive zbog multikolinearnosti znači grešku u postavci modela – izostavljanje relevantne promenljive.
   - “Defetistički” pristup

30 Zorica Mladenović

30

Ilustracija 1. Primer 7.1. Udžbenik

Potrošnja, Y	22	10	14	15	10	10	15	18	14	15
Dohodak, X_1	36	12	16	18	17	14	20	23	15	18
Bogatstvo, X_2	144	47	63	70	67	52	79	90	58	70

$$\hat{Y}_i = 4.336 + 1.062 X_{1i} - 0.137 X_{2i}, \; R^2 = 0.805, \; \underbrace{r = 0.999}_{FRV = 500.25}, \; F = 14.45$$

$$(2.804) \quad (0.687)$$

$$t_{b_1} = 0.38 \quad t_{b_2} = -0.20$$

$$\hat{Y}_i = 4.765 + 0.505 X_{1i}, \; R^2 = 0.803$$

$$(0.088) \rightarrow oko\ 32\ puta\ manje\ od\ 2.804$$

$$t_{b_1} = 5.74$$

$$\hat{Y}_i = 5.174 + 0.123 X_{2i}, \; R^2 = 0.800$$

$$(0.022) \rightarrow oko\ 31\ put\ manje\ od\ 0.687$$

$$t_{b_2} = 5.59$$

31

31

Ilustracija 2. (Studenmund, 2006)

- Modelira se tražnja za benzinom u SAD prema podacima za svaku od 50 saveznih država. Podaci se odnose na jednu godinu (n=50).
- Reč je o sledećim veličinama:
  - Potrošnja benzina (Y_{1i})
  - Dužina asfaltiranog puta (X_{1i})
  - Taksa na benzin (X_{2i})
  - Broj registrovanih automobila (X_{3i})
- Ocenjen je model

$$\hat{Y}_i = 389.57 + 60.76 X_{1i} - 36.47 X_{2i} - 0.06 X_{3i}, \; R^2 = 0.92419$$

$$(10.26) \quad (13.15) \quad (0.04)$$

t-odnosi 5.92 -2.77 -1.50

32

32

Ilustracija 2. (II)

- Na osnovu ocene svih korelacionih koeficijenata zaključujemo da postoji visoka multikolinearnost između promenljivih X_{1i} i X_{3i} .
- Sve ocene su sadržane u tzv. korelacionoj matrici:

	Y	X1	X2	X3
Y	1.00000			
X1	0.95156	1.00000		
X2	-0.38614	-0.28085	1.00000	-0.24219
X3	0.91522	**0.97864**	-0.24219	1.00000

- Ocenjene su dve nove zavisnosti u kojima je izostavljena po jedna od dve visoko korelisane nezavisne veličine

33

33

Ilustracija 2. (III)

Izostavljena promenljiva X_{3i} :

$$\hat{Y}_i = 410.02 + 46.39X_{1i} \ \text{-}39.59X_{2i}, \ \bar{R}^2 = 0.917$$

$$(2.17) \qquad (13.12)$$

Izostavljena promenljiva X_{1i} :

$$\hat{Y}_i = 551.69 \ \text{-}53.59X_{2i} + 0.19X_{3i}, \ \bar{R}^2 = 0.861$$

$$(16.86) \qquad (0.01)$$

Polazna zavisnost:

$$\hat{Y}_i = 389.57 + 60.76X_{1i} \ \text{-}36.47X_{2i} - 0.06X_{3i}, \ \bar{R}^2 = 0.917$$

$$(10.26) \qquad (13.15) \qquad (0.04)$$

34

34

Zadatak 25. Zbirka

- Ocenjujemo zavisnost potrošnje od dohotka i bogatstva 10 porodica.

a) Ocenite parametre višestruke regresije i testirati njen kvalitet *t* i *F* testom.
b) Kako zaključujete da u modelu postoji problem visoke multikolinearnosti?
c) Ocenite dve pojedinačne zavisnosti. Uporediti dobijene rezultate (prevashodno standardne greške ocena) i objasniti ih.

Potrošnja, Y	32	11	15	17	16	13	18	20	14	17
Dohodak, X_1	36	12	16	18	17	14	20	23	15	18
Bogatstvo, X_2	144	47	63	70	67	52	79	90	58	70

35

Zadatak 25: potrebne sume centriranih vrednosti

$$\sum_{i=1}^{10} x_{1i}^2 = 410.9; \sum_{i=1}^{10} x_{2i}^2 = 6852;$$

$$\sum_{i=1}^{10} x_{1i}x_{2i} = 1677; \sum_{i=1}^{10} x_{1i}y_i = 350.3;$$

$$\sum_{i=1}^{10} x_{2i}y_i = 1430; \sum_{i=1}^{10} y_i^2 = 300.1.$$

$$\bar{Y} = 17.30, \ \bar{X}_1 = 18.9, \bar{X}_2 = 74$$

36

Zadatak 25: dvostruki model

Dependent Variable: Y
Method: Least Squares
Date: 03/31/19 Time: 11:44
Sample: 1 10
Included observations: 10

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.320381	0.682305	1.935178	0.0942
X1	0.679460	0.670155	1.013885	0.3444
X2	0.042403	0.164110	0.258381	0.8035

R-squared	0.995172	Mean dependent var	17.30000
Adjusted R-squared	0.993793	S.D. dependent var	5.774465
S.E. of regression	0.454945	Akaike info criterion	1.506045
Sum squared resid	1.448825	Schwarz criterion	1.596820
Log likelihood	-4.530225	Hannan-Quinn criter.	1.406464
F-statistic	721.4667	Durbin-Watson stat	1.449281
Prob(F-statistic)	0.000000		

37

Zadatak 25: jednostavni model I

Dependent Variable: Y
Method: Least Squares
Date: 03/31/19 Time: 11:45
Sample: 1 10
Included observations: 10

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.187394	0.420980	2.820548	0.0225
X1	0.852519	0.021094	40.41549	0.0000

R-squared	0.995126	Mean dependent var	17.30000
Adjusted R-squared	0.994517	S.D. dependent var	5.774465
S.E. of regression	0.427587	Akaike info criterion	1.315537
Sum squared resid	1.462643	Schwarz criterion	1.376054
Log likelihood	-4.577685	Hannan-Quinn criter.	1.249150
F-statistic	1633.412	Durbin-Watson stat	1.460477
Prob(F-statistic)	0.000000		

38

Zadatak 25: jednostavni model II

Dependent Variable: Y
Method: Least Squares
Date: 03/31/19 Time: 11:46
Sample: 1 10
Included observations: 10

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.856334	0.432156	4.295517	0.0026
X2	0.208698	0.005506	37.90624	0.0000

R-squared	0.994463	Mean dependent var	17.30000
Adjusted R-squared	0.993771	S.D. dependent var	5.774465
S.E. of regression	0.455739	Akaike info criterion	1.443066
Sum squared resid	1.661588	Schwarz criterion	1.503583
Log likelihood	-5.215328	Hannan-Quinn criter.	1.376679
F-statistic	1436.883	Durbin-Watson stat	1.596286
Prob(F-statistic)	0.000000		

39 Zorica Mladenović

39