

Ispitni zadaci

I

1. Na osnovu 45 kvartalnih podatka o tražnji (Y) i ceni u dinarima (X_1) datog proizvoda ocenjen je model i dobijeni su sledeći rezultati:

$$\hat{Y}_t = 12.617 - 0.772 X_{1t}; \sum_{t=1}^{45} e_t^2 = 0.9; \sum_{t=2}^{45} e_t e_{t-1} = 0.225; \bar{X}_1 = 33.3; \bar{Y} = 66.9; \\ (0.223)$$

- a) Testirati kvalitet regresije primenom t i F testa. Za date vrednosti aritmetičkih sredina odrediti elastičnost potrošnje hrane u odnosu na cenu.
b) Proveriti da li u modelu postoji autokorelacija prvog reda?
c) Kako se menju ocene parametara modela sa izražavanjem cena u evrima?
d) Uvođenjem nove objašnjavajuće promenljive koja se odnosi na dohodak (X_2) ocenjen je model:

$$\hat{Y}_t = 8.94 - 0.558 X_{1t} + 0.313 X_{2t}, \sum_{t=1}^{45} e_t^2 = 0.757; \\ (0.225) \quad (0.130)$$

$$\sum x_{1t}^2 = 0.565, \sum x_{2t}^2 = 1.713, \sum x_{1t}x_{2t} = -0.387.$$

Koji od dva modela bolje aproksimira date podatke?

- e) Objasniti i pokazati zbog čega dolazi do razlike u oceni uz X_1 u dve navedene specifikacije.
f) Kako se ocenjuje tražnja za osvežavajućim pićima koja pokazuje rast u letnjim mesecima (3. kvartal)? Predložiti novu specifikaciju modela pogodnu za ispitivanje da li dolazi do statistički značajne promene u nivou tražnje u ovom periodu godine.
g) Šta možemo zaključiti u pogledu nivoa integrisanosti razmatranih vremenskih serija ako su dobijene vrednosti DF testa date u sledećoj tabeli:

hipoteze	cena	dohodak
$H_0: X_t \sim I(1)$		
$H_1: X_t \sim I(0)$	-3.76	-6.42
$H_0: X_t \sim I(2)$		
$H_1: X_t \sim I(1)$	-9.83	-11.25

h) Postaviti odgovarajuću pomoćnu regresiju u navedenom modelu za White-ov test na osnovu šireg modela. Ukoliko je poznat rezultat iz istog uzorka:

Heteroskedasticity Test: White

Obs*R-squared	3.178845	Prob. Chi-Square(5)	0.6724
---------------	----------	---------------------	--------

Definisati hipoteze i sprovesti testiranje.

2. Posmatramo sistem simultanih jednačina:

$$\begin{aligned} C_t &= \alpha_0 + \alpha_1 Y_t + \varepsilon_{1t} \\ I_t &= \beta_0 + \beta_1 R_t + \beta_2 I_{t-1} + \varepsilon_{2t} \\ R_t &= \gamma_0 + \gamma_1 Y_t + \varepsilon_{3t} \\ Y_t &= C_t + I_t + G_t \end{aligned}$$

(C_t – potrošnja, I_t – investicije, Y_t – dohodak, R_t – kamatna stopa i G_t – državni rashodi).

Ocenjene su redukovane forme :

$$\hat{C}_t = -13.552 + 3.636 I_{t-1} + 1.965 G_t$$

$$\hat{I}_t = 55.783 + 1.676 I_{t-1} - 0.608 G_t$$

$$\hat{R}_t = -0.754 - 0.012 I_{t-1} + 0.0527 G_t$$

$$\hat{Y}_t = 42.231 + 5.312 I_{t-1} + 2.357 G_t$$

Iz podataka:

C_t	150	230	230	310	380	460
I_t	15	15	40	45	60	90
Y_t	250	340	360	460	560	670
R_t	3	4	4	4	5	5

- Pokazati da se primenom metoda INK ne dobija jedinstvena ocena parametra α_1 .
- Predvideti nivo potrošnje u narednom periodu, ako se planira povećanje državnih rashoda za 8%.
- Oceniti vrednost multiplikatora državnih rashoda sa odgođenim dejstvom od jednog perioda u odnosu na potrošnju.

II

1. Na osnovu kvartalnih podataka za period: I kvartal 1960 - I kvartal 1975. godine (T=61) ocenjena je Cobb-Douglas-ova proizvodna funkcija oblika $Q = \beta_0 K^{\beta_1} L^{\beta_2} 10^{\varepsilon_t}$:

$$\widehat{\log Q} = 3.938 + 0.392 \log K + 0.811 \log L; \quad R^2 = 0.956, r = 0.837;$$

(0.029) (0.122)

gde je: Q proizvodnja, K kapital i L rad.

- Interpretirati dobijene ocene i testirati značajnost zajedničkog uticaja objašnjavajućih promenljivih na zavisnu na nivou značajnosti 0.05.
- Na osnovu sledećeg izlaza iz programa EViews definisati hipoteze i doneti zaključak da li je tvrđenje moguće prihvatiti.

Wald Test:
Equation: EQ01

Test Statistic	Value	df	Probability
t-statistic	-0.159708	58	0.8737
F-statistic	0.025507	(1, 58)	0.8737
Chi-square	0.025507	1	0.8731

Null Hypothesis: $2 \cdot C(2) = C(3)$
Null Hypothesis Summary:

Normalized Restriction (= 0)	Value	Std. Err.
$2 \cdot C(2) - C(3)$	-0.027692	0.173394

Restrictions are linear in coefficients.

- c) Predložiti pojednostavljenje proizvodne funkcije ako se ocenjuje pod navedenim ograničenjem (umesto tri ocenjuju se dva parametra).
d) Za $Q = 3111.6$; $K = 85.5$ i $L = 18.6$ odrediti marginalnu zavisnost proizvodnje od zaposlenosti i od kapitala.
e) Da li u ocenjenom modelu postoji problem visoke multikolinearnosti?

2. Na osnovu osam mesečnih podataka o kretanju realnih bruto plata, Y (wbr), i produktivnosti rada, X (pr), ocenjena je regresija iz koje su izračunati reziduali e_t :

$$1.309; -2.691; 0,309; -0.018; 2.982; -4.018; 2.146; -0.018;$$

- a) Izračunati vrednost DWstatistike i ispitati postojanje autokorelacije.
b) Za duži period od januara 2001 do avgusta 2004. godine primenom DF testa serije reziduala potvrđeno je da postoji kointegracija između logaritmovanih vrednosti ovih vremenskih serija. Ocenjena je sledeća kointegraciona zavisnost:

$$wbr_t = 0.69 pr_t + 0.009t + e_t,$$

a potom i model sa korekcijom ravnotežne greške kojim se opisuje stopa rasta realnih bruto plata:

$$\Delta \widehat{wbr}_t = 4.684 - 0.685e_{t-1} - 0.166\Delta wbr_{t-1} - 0.104S_1 + 0.101S_{12},$$

(0.939) (0.138) (0.068) (0.025) (0.018)

gde su S_1 i S_{12} sezonske veštačke promenljive za januar i decembar. Kako se interpretiraju ocene u kointegracionoj relaciji realnih bruto plata? Šta možemo zaključiti na osnovu statističke značajnosti ocenjenog parametra prilagođavanja u modelu sa korekcijom ravnotežne greške? Interpretirati dobijenu vrednost ocenjenog parametra prilagođavanja.

3. Dat je sistem simultanih jednačina:

$$P_t = \alpha_0 + \alpha_1 W_t + \alpha_2 P_{t-1} + \varepsilon_{1t}$$

$$W_t = \beta_0 + \beta_1 P_t + \beta_2 M_{t-1} + \varepsilon_{2t}$$

$$M_t = \gamma_0 + \gamma_1 P_{t-1} + \gamma_2 M_{t-1} + \varepsilon_{3t}$$

gde su: W_t – plate, P_t – cene i M_t – novčana masa.

Ocenjene su redukovane forme :

$$\hat{P}_t = 33.731 + 1.242 P_{t-1} - 0.285 M_{t-1}$$

$$\hat{W}_t = 73.385 + 1.354 P_{t-1} - 0.908 M_{t-1}$$

$$\hat{M}_t = 79.385 + 0.754 P_{t-1} - 0.108 M_{t-1}$$

- a) Oceniti parametre β_1 i β_2 metodama INK i 2SNK.
 b) Predvideti nivo cena u narednom periodu (t+1).

P_t	20	30	50	80	100	120	140
W_t	25	30	50	60	70	90	110
M_t	70	80	90	120	130	140	150

III

1. Dati su međurezultati za podatke o potrošnji hrane (Y), dohotku (X_1) i ceni hrane (X_2), dobijeni na osnovu uzorka od 15 potrošača:

$$\begin{aligned} \sum X_1^2 &= 12530.4; \sum X_1 X_2 = 2023.2; \sum X_2^2 = 396.1 \\ \sum X_1 Y &= 1424.6; \sum X_2 Y = 187.3; \sum Y^2 = 196.9 \\ \bar{X}_1 &= 130.6; \bar{X}_2 = 33.3; \bar{Y} = 66.9. \end{aligned}$$

- a) Oceniti funkciju potrošnje oblika: $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \varepsilon_i$. Interpretirati dobijene ocene i testirati hipotezu da cene i dohodak ostvaruju statistički značajan uticaj na kretanje potrošnje.
 b) Testirati hipotezu da cene ostvaruju tri puta veći efekat na kretanje potrošnje hrane od dohotka.
 c) Oceniti procentualnu promenu zavisne promenljive, koja se javlja sa istovremenim rastom X_1 i X_2 za 10%.
 d) Ocenjivanjem regresije oblika: $e_i^2 = \alpha_0 + \alpha_1 X_{1i} + \alpha_2 X_{2i} + \alpha_3 X_{1i}^2 + \alpha_4 X_{2i}^2 + \alpha_5 X_{1i} X_{2i} + v_i$, dobijena je vrednost koeficijenta determinacije $R^2 = 0.402$. Šta odatle možemo zaključiti o prisustvu heteroskedastičnosti u modelu?
 e) Oceniti model iz koga je izostavljena promenljiva X_1 . Izračunati pristrasnost dobijene ocene nagiba. Šta se dešava sa njenom standardnom greškom?
 f) Ako je u modelu iz koga je izostavljena promenljiva X_1 izračunata vrednost DW statistike 0.93, testirati prisustvo autokorelacije prvog reda i komentarisati dobijeni rezultat.

2. Ocenjuje se zavisnost izvoza (Y_t) od deviznog kursa (X_{1t}) i domaćih cena (X_{2t}) prema modelu:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{1t} + \beta_2 X_{2t} + \varepsilon_t.$$

Podaci su kvartalni i obuhvataju pet godina.

a) Pretpostavimo da je u ukupnom izvozu najveći udeo poljoprivrednih proizvoda. S obzirom na to da ova vrsta proizvodnje zavisi od sezonskih faktora, modifikovati polaznu funkciju na potreban način.

b) Ako se zna da u mnogim privredama postoji visoka korelisanost između deviznog kursa i cena, koji problem se može javiti prilikom ocenjivanja ovog modela. Kakve su njegove moguće posledice na kvalitet dobijenih ocena?

c) U cilju provere da li su vremenske serije izvoza (Y_t), deviznog kursa (X_{1t}) i domaćih cena (X_{2t}) kointegrirane u posmatranom periodu ocenjena je regresija oblika:

$$Y_t = 8.65 - 0.65 X_{1t} - 0.42 X_{2t} + e_t,$$

a potom i regresija:

$$\hat{e}_t = -0.25 e_{t-1}. \quad (0.31)$$

Ispitati kointegriranost ovih vremenskih serija, ako je odgovarajuća kritična vrednost DFR testa na nivou značajnosti 0.05, -4.10.

3. Dat je sistem simultanih jednačina:

$$W_t = \alpha_1 P_t + \alpha_2 M_{t-1} + \varepsilon_{1t}$$

$$P_t = \beta_1 W_t + \beta_2 M_t + \varepsilon_{2t}$$

$$E_t = \gamma_1 P_t + \gamma_2 M_t + \varepsilon_{3t}$$

gde su: W_t – plate, P_t – cene, E_t – devizni kurs i M_t – novac.

Ocenjene su redukovane forme:

$$\hat{W}_t = -0.276 M_t + 1.705 M_{t-1}$$

$$\hat{E}_t = -0.016 M_t + 0.065 M_{t-1}$$

$$\hat{P}_t = 0.523 M_t + 0.181 M_{t-1}$$

a) Oceniti parametre β_1 i β_2 metodama INK i 2SNK.

b) Koliko će se promeni cene u periodu $t+1$ ako se za taj period predviđa rast novčane mase od 10%.

W_t	80	95	115	165	215	215
M_t	75	110	130	140	130	160
E_t	2	3	5	6	7	6
P_t	100	80	90	90	100	100

Rešenja ispitnih zadataka

I

1.

a) $t_{b_1} = -3.46$; $F = 11.97$; Ocena cenovne elastičnosti tražnje je: -0.384 .

b) $DW = 1.5$. Test pozitivne autokorelacije ostaje bez odluke.

c) Ukoliko se objašnjavajuća promenljiva (cena) podeli nekom konstantom ($C =$ kurs evra prema dinaru), pri čemu se mera zavisne promenljive ne menja, ocene parametara novog modela su: $b_0^* = b_0$; $b_1^* = C \cdot b_1$.

d) Prednost dajemo modelu II u koji je opravdano uključena promenljive X_{2t} ($t_{b_2} = 2.41$). Do tog zaključka dolazimo i na osnovu niže vrednosti standardne greške drugog modela ($S_{II} = 0.134$, dok je $S_I = 0.145$). Reč je o kriterijumu koji je ekvivalentan izboru modela na osnovu veće vrednosti korigovanog koeficijenta determinacije.

e) U polaznom modelu (model I) napravljena je greška specifikacije izostavljanja relevantne objašnjavajuće promenljive X_{2t} . Pristrasnost ocene b_1 u jednostavnom modelu je: $(-0.685) \cdot 0.313 = -0.214$.

f) Nova specifikacije je: $Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{1t} + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 S_3 + \varepsilon_t$, gde je $S_3 = 1$ u trećem kvartalu svake godine, 0 u ostalim kvartalima.

g) Obe razmatrane vremenske serije su stacionarne (odgovarajuća kritična vrednost DF testa je $\tau_t^k = -3.47$).

h) Za sprovođenje White-ovog testa ocenjena je pomoćna regresija oblika: $e_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 X_{1t} + \alpha_2 X_{2t} + \alpha_3 X_{1t}^2 + \alpha_4 X_{2t}^2 + \alpha_5 X_{1t} X_{2t} + v_t$ i dobijena je vrednost koeficijenta determinacije $R^2 = 0.071$. U izlazu programskog paketa Eviews očitavamo vrednost statistike $WH = 3.1788 = (0.771 \cdot 45)$, te na osnovu pridružene verovatnoće (0.67) prihvatamo H_0 i zaključujemo da su greške homoskedastične.

2.

Vrednost državne potrošnje u svakom periodu se može naći iz identiteta kao: $G_t = Y_t - C_t - I_t$.

a) Jednačina potrošnje je prekomerno identifikovana, zbog čega će primena metoda INK dati višeznačne ocene: 0.685 i 0.834.

b) Predviđeni nivo potrošnje u periodu $(t+1)$ je 568.36.

c) Ocena traženog multiplikatora državnih rashoda je: $1.965 + 3.636 \cdot (-0.608) = -0.246$.

II

1.

a) Elastičnost proizvodnje u odnosu na kapital iznosi 0.392 (rast kapitala od 1% dovodi do rasta proizvodnje od 0.392%), dok je elastičnost u odnosu na rad 0.811 (rasta rada od 1% dovodi do rasta proizvodnje od 0.811%). $F = 630.1$, $t_{b1} = 13.52$ i $t_{b2} = 6.65$.

b) $H_0: 2\beta_1 = \beta_2$, $H_1: 2\beta_1 \neq \beta_2$. Na osnovu izračunate vrednosti t-statistike ($t_{(2b_1-b_2)} = -0.160$) i pridružene verovatnoće od 0.8737 donosimo odluku o prihvatanju nulte hipoteze da jednoprocenatno povećanje rada ima dva puta veći efekat na kretanje proizvodnje od jednoprocenatnog povećanja kapitala.

c) Model ocenjen pod ograničenjem definisanim nultom hipotezom glasi: $\log Q = \beta_0 + \beta_1 \log K + 2\beta_2 \log L + \varepsilon$.

d) Marginalne zavisnosti proizvodnje od kapitala i rada su redom: 14.27 i 135.7.

e) $FRV = 1/(1-r^2) = 3.34$, što ukazuje da ne postoji problem visoke multikolinearnosti.

2.

a) Izračunata vrednost DW statistike je 3.25. Testiramo prisustvo negativne autokorelacije:

$$H_0: \rho = 0$$

$$H_1: \rho < 0$$

Zaključujemo da je u modelu prisutna negativna autokorelacija.

b) Reč je o dugoročnoj ravnotežnoj vezi između dve promenljive. Prisustvo trenda predstavlja zamenu za izostavljenu relevantnu promenljivu iz kointegracione veze. Statistička značajnost parametra prilagođavanja potvrđuje rezultat o kointegriranosti dve razmatrane serije. Pri tome, vrednost od -0.685 sugerise da se 68.5% neravnoteže iz prethodnog perioda koriguje u tekućem periodu.

3.

a) Ocene metodom INK i 2SNK: $\hat{\beta}_1 = 1.090$ i $\hat{\beta}_2 = -0.598$.

b) $\hat{P}_{t+1} = 164.861$.

III

1.

$$\text{a) } \hat{Y} = 59.6 + 0.213 X_1 - 0.615 X_2, \quad R^2 = 0.956;$$

(0.018) (0.010)

Ocenjeni koeficijenti predstavljaju marginalne efekte dohotka i cena na potrošnju hrane. Sa rastom dohotka za 1 jedinicu potrošnja hrane se povećava za 0.213 jedinica pod pretpostavkom da se cena ne menja, dok rast cena za jednu jedinicu dovodi do smanjenja potrošnje za 0.615 jedinica ukoliko se dohodak drži konstantnim. $F = 130.36$ $t_{b1} = 11.83$, $t_{b2} = -61.5$.

b) Budući da rast dohotka i rast cena utiču u suprotnom smeru na rast potrošnje testiramo hipotezu: $H_0: 3\beta_1 = -\beta_2$, protiv alternativne $H_0: 3\beta_1 \neq -\beta_2$. Kako je $t_{(3\beta_1 + \beta_2)} = 0.416$, prihvatamo H_0 .

c) Elastičnosti potrošnje hrane u odnosu na dohodak i cenu izračunate za date vrednosti aritmetičkih sredina su: 0.42 i -0.31. Procentualna promena zavisne promenljive do koje dovodi rast X_1 i X_2 za 10% je 1%.

d) $WH = R^2 * n = 0.402 * 15 = 6.03 < \chi^2_5 = 11.070$. Greške modela su homoskedastične.

$$\text{e) } \hat{Y}_t = 51.154 + 0.473 X_2$$

(0.145)

Pristrasnost nastala izostavljanjem relevantne promenljive X_1 iznosi: $0.213 * 5.108 = 1.088$, pri čemu je dobijen pogrešan predznak koeficijenta uz cene. Standardna greška u modelu u kome postoji greška specifikacije je povećana na 0.145 (u polaznom modelu je iznosila 0.010).

f) U modelu postoji pozitivna autokorelacija, koja je posledica greške specifikacije ("lažna" autokorelacija).

2.

a) $Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{1t} + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 S_1 + \beta_4 S_2 + \beta_5 S_3 + \varepsilon_t$. Veštačka promenljiva S_1 uzima vrednost 1 u prvom kvartalu svake godine, 0 u ostalim kvartalima. Slično tome, S_2 uzima nenulte vrednosti 1 u drugom kvartalu svake godine, dok S_3 uzima nenulte vrednosti 1 u trećem kvartalu svake godine.

b) Moguća je pojava multikolinearnosti, što može dovesti do visokih ocenjenih vrednosti standardnih grešaka ocena parametara nagiba.

c) $H_0: e_t \sim I(1) \Leftrightarrow$ serije y_t, x_{1t} i x_{2t} nisu kointegrisane

$H_1: e_t \sim I(0) \Leftrightarrow$ serije y_t, x_{1t} i x_{2t} su kointegrisane.

$DFR = \frac{-0.25-1}{0.31} = -4.03 < -4.10$, pa prihvatamo kao tačnu alternativnu hipotezu da je serija reziduala stacionarna na nivou značajnosti 0.05 (tri razmatrane serije su kointegrisane).

3.

a) Ocene metodom INK i 2SNK: $\hat{\beta}_1 = 0.106$ i $\hat{\beta}_2 = 0.553$.

b) $\Delta P_{t+1} = P_{t+1} - P_t = 121.008 - 100 = 21.008$.